

Une méthode de comparaison d'images binaires quantifiant les dissimilarités locales

Application à la classification d'impressions anciennes

Étienne Baudrier¹ – Gilles Millon² – Frédéric Nicolier² – Su Ruan²

¹ Laboratoire de Mathématiques et Applications,
Université de La Rochelle, Avenue Crépeau, 17042 LA ROCHELLE CEDEX 1, FRANCE
etienne.baudrier@univ-lr.fr

² Laboratoire CReSTIC
IUT de Troyes, 9, rue de Québec, 10026 TROYES CEDEX, FRANCE
{gilles.millon, frederic.nicolier, su.ruan}@univ-reims.fr

Résumé : *La comparaison d'images est largement utilisée en traitement d'image. Pour les images binaires qui ne sont pas composées de simples formes, une comparaison locale peut être intéressante car l'extraction de formes est souvent délicate et les attributs classiques (couleur, texture) pauvres. Nous présentons ici une nouvelle méthode de comparaison d'images binaires basée sur une version modifiée de la distance de Hausdorff. Cette dernière est mesurée dans une fenêtre glissante dont la taille est ajustée à celle de la dissimilarité locale. Cela permet de quantifier de manière simple les dissimilarités locales et de faire ressortir leur répartition spatiale, ce qui améliore l'information de dissimilarité entre les images. Combinée à un classificateur basé sur un séparateur à vastes marges (SVM), la méthode est testée avec succès sur une base d'impressions anciennes numérisées.*

Mots-clés : Comparaison d'images, images binaires, distance de Hausdorff, mesure locale des dissimilarités, classification, SVM.

Introduction

Les mesures de dissimilarités sont largement utilisées dans différents domaines : recherche d'image par le contenu [SME 00], classification d'images [BAU 04], évaluation de la qualité [WAN 04], indexation [ANT 02] ...

Dans la littérature, les mesures de similarité entre images se répartissent selon deux approches : a) une extraction de traits caractéristiques de l'image (formes, courbes, textures, histogrammes) suivie d'une comparaison de ces traits ; b) une comparaison directe des images sans extraction de traits caractéristiques (rapport signal sur bruit, erreur quadratique moyenne, distance de Hausdorff). Pour les images binaires, la segmentation est délicate car les attributs de couleur et de texture sont souvent pauvres. Lorsque les images comportent plusieurs parties, il n'est alors pas aisé de les extraire afin de les comparer localement. Dans ce cas, la seconde approche, une comparaison directe, semble mieux adaptée. De plus, pour compenser la difficulté à segmenter, il est intéressant d'effectuer une comparaison directe locale. Notre travail présente une méthode de comparaison qui évalue localement la

similarité entre deux images binaires sans extraction d'attribut ni connaissance *a priori*.

Le plan de cet article est le suivant : dans une première section, une mesure de Hausdorff locale est définie en utilisant une fenêtre glissante et en adaptant la définition classique de la distance de Hausdorff à cette fenêtre. Puis la taille de la fenêtre est choisie de manière à épouser la dissimilarité locale. Une expression mathématique de cette mesure locale est alors déduite : elle donne l'ensemble des mesures faites lorsque la fenêtre glisse sur les images. Finalement, dans la deuxième partie, la méthode développée est appliquée avec succès à la classification d'images binaires représentant des impressions anciennes.

1 Méthode de comparaison d'images binaires

1.1 Mesure de dissimilarité basée sur la distance de Hausdorff

Parmi les mesures de dissimilarités entre les images binaires, la DH a souvent été utilisée dans le domaine de la recherche d'images par le contenu et a été appliquée avec succès à l'appariement d'objets [HUT 93] ou en reconnaissance de visages [TAK 98]. Pour les ensembles de points finis, la DH peut être définie [HUT 93] comme :

Définition 1 (distance de Hausdorff) Soient deux ensembles de points non-vides $F = (f_1, \dots, f_n)$ et $G = (g_1, \dots, g_m)$ de \mathbb{R}^2 , et une distance sous-jacente d , la DH est donnée par :

$$D_H(F, G) = \max(h(F, G), h(G, F)) \quad (1)$$

$$\text{où } h(F, G) = \max_{f \in F} \left(\min_{g \in G} d(f, g) \right), \quad (2)$$

$h(F, G)$ est appelée la DH dirigée.

La DH classique a de bonnes propriétés mais elle mesure les points marginaux entre F et G , et, en conséquence, est sensible au bruit [PAU 97]. En effet, en considérant deux images constituées de la même forme, et un point ajouté à la

deuxième image loin de la forme, alors la DH va mesurer la distance entre la forme et le point.

Plusieurs modifications de la DH ont été proposées pour l'améliorer, parmi lesquelles la DH partielle [HUT 93], la DH modifiée [DUB 94], la DH censurée [PAU 97], la DH doublement modifiée [TAK 98], la DH des moindres carrés [SIM 99] et la DH pondérée [LU 01]. Ces différentes versions de la DH sont présentées dans [ZHA 05].

Il est notable que les DH proposées dépendent d'au moins un paramètre, excepté la DH modifiée. Le paramètre doit alors être choisi pour rendre la mesure aussi discriminante que possible, et cela dépend bien sûr du type d'images, et parfois des images comparées dans la même application (par exemple, des images plus ou moins sombres ou bruitées). Cependant les performances de la DH modifiée ne sont pas aussi bonnes que celles de la DH partielle ou de la DH censurée. Cela vient de la somme faite sur toutes les distances, dont certaines peuvent être calculées à partir de points marginaux. De plus, ces mesures sont globales et ne peuvent rendre compte des dissimilarités locales. En effet, la DH est une distance « max-min ». La valeur de la distance entre les deux images F et G est atteinte au moins entre un point de F et un point de G . Mais cela ne permet pas de savoir si la distance est atteinte une ou plusieurs fois, et dans ce dernier cas, si les points concernés sont regroupés dans une partie des images ou présents dans l'ensemble des images, ce qui correspond à différents degrés de similarité. Ces remarques nous amènent à définir une nouvelle mesure de dissimilarité basée sur une DH locale et sans paramètre.

1.2 Définition de la distance de Hausdorff dans une fenêtre

La raison principale de cette modification est que la DH n'est pas définie pour des ensembles vides. Or ce cas peut se présenter lorsque l'ensemble est restreint à une fenêtre. De plus, les mesures obtenues lorsque la fenêtre s'agrandit ou se déplace doivent être cohérentes entre elles. Une solution qui permet de résoudre tous ces problèmes est d'introduire la distance au bord de la fenêtre, de la manière suivante :

Définition 2 (Distance de Hausdorff dans une fenêtre)

Soient F, G deux ensembles de points de \mathbb{R}^2 , la distance de Hausdorff dans une fenêtre est donnée par

$$HD_W(F, G) = \max(h_W(F, G), h_W(G, F))$$

où il y a trois cas à distinguer

1. Si $F \cap W \neq \emptyset$ et $G \cap W \neq \emptyset$,

$$h_W(F, G) = \max_{f \in F \cap W} \left[\min \left(\min_{g \in G \cap W} d(f, g), \min_{w \in Fr(W)} d(f, w) \right) \right], \quad (3)$$

2. si $F \cap W \neq \emptyset$ et $G \cap W = \emptyset$,

$$h_W(F, G) = \max_{f \in F \cap W} \left[\min_{w \in Fr(W)} d(f, w) \right],$$

3. si $F \cap W = \emptyset$,

$$h_W(F, G) = 0.$$

Remarque 1 – Dans le cas où les deux ensembles ont des points dans la fenêtre, la seule différence avec la définition classique est la présence du terme $\min_{w \in Fr(W)} d(f, w)$, qui est la distance du point f au bord de la fenêtre.

- dans le cas où il y a exactement un des deux ensembles qui n'a pas de point dans la fenêtre W , l'une des deux distances dirigées est égale à 0 et l'expression de l'autre tient compte de la distance au bord de la fenêtre.
- Dans le cas où aucun des deux ensembles n'a de point dans W , chacune des deux distances dirigées est égale à 0 et donc la distance globale aussi. Ce qui est cohérent avec le fait que les deux ensembles extraits dans la fenêtre soient égaux.

1.3 Choix de la taille de la fenêtre

La définition de la DH dans une fenêtre permet de rendre la mesure locale, mais elle introduit un paramètre qui est la taille de la fenêtre. Ce dernier doit être fixé. Cela peut être fait par l'utilisateur, ou automatiquement et globalement, ou encore automatiquement et localement en fonction de l'environnement local. Les propriétés de la DH dans une fenêtre qui vont être présentées permettent de fixer la taille de la fenêtre localement et ainsi d'évaluer la dissimilarité locale.

Propriété 1 (Identité) Soient F, G deux ensembles bornés de points de \mathbb{R}^2 , et W un ensemble fermé convexe de \mathbb{R}^2 .

$$HD_W(F, G) = 0 \iff F \cap W = B \cap W \quad (4)$$

Dans les propriétés suivantes, la fenêtre W doit être un disque pour la distance d . La proposition 2 assure que les nouvelles informations qui sont prises en compte lorsque la fenêtre est agrandie ne réduisent pas la valeur de la mesure de dissimilarité déjà obtenue. La proposition 3 donne un maximum aux valeurs que peut prendre la DH dans une fenêtre.

Propriété 2 (Croissante) Soient $V = B(x_v, r_v)$ and $W = B(x_w, r_w)$ deux disques fermés tels que $V \subset W$ alors $HD_V(F, G) \leq HD_W(F, G)$.

Propriété 3 (Maximum) Soient $x \in \mathbb{R}^2$ et $W = B(x, r)$ avec $r > 0$ alors $HD_W(F, G) \leq HD(F, G)$.

Ces deux propriétés assurent que si l'on part d'une fenêtre de taille minimale, et que l'on fait croître la fenêtre, alors la suite des valeurs de mesure obtenue est croissante et majorée. Il est donc possible de fixer un critère d'arrêt pour une suite croissante de fenêtres et d'être sûr qu'il sera satisfait quelle que soit la situation. La mesure obtenue lorsque le critère d'arrêt est satisfait est appelée *distance de Hausdorff locale*. D'autre part, lorsque cette mesure est faite entre les images pour tous les pixels, l'ensemble des valeurs obtenues est appelé *Carte des dissimilarités locales*, abrégé en CDL. Le paragraphe suivant présente l'algorithme associé au critère d'arrêt que nous avons choisi.

Algorithme

Un algorithme permettant de calculer la carte des dissimilarités locales est proposé dans ce paragraphe (alg. 1). Il consiste à faire croître la taille de la fenêtre à partir d'une taille minimale, afin de trouver le rayon optimal de la fenêtre pour la mesure locale de la DH.

Algorithme 1 Calcul de la CDL

```
calculer  $D_H(F, G)$ 
pour tout pixel  $x$  faire
   $n := 1$  {initialisation de la taille de la fenêtre}
  tant que  $HD_{B(x,n)}(F, G) = n$  et  $n \leq HD(F, G)$ 
  faire
     $n := n + 1$ 
  fi n tant que
   $LDM_{ap}(x) = HD_{B(x,n-1)}(F, G) = n - 1$ 
fi n pour
```

Cet algorithme montre (dans la boucle *tant que*) comment la fenêtre est adaptée à la dissimilarité locale.

Cependant cet algorithme est coûteux en temps de calcul. En effet, la complexité de calcul est en $O(m^4)$ pour deux images de $m \times m$ pixels. La section suivante présente une formule pour le calcul de la CDL qui est beaucoup plus économique. Le calcul est alors rapide, cependant l'interprétation en terme de mesure de dissimilarité locale provient de l'algorithme 1.

1.4 Carte des dissimilarités locales

Propriété 1 (Formule mathématique de la CDL)

$$\forall x \in \mathbb{R}^2, \\ CDL(x) = |G(x) - F(x)| \max(d(x, F), d(x, G)) \quad (5)$$

La formule donne une valeur pour chaque pixel qui dépend de la transformée en distance des ensembles F et G . Des algorithmes rapides ont été développés pour le calcul de la transformation en distance, leur complexité est en $O(m^2)$ pour des image de $m \times m$ pixels. Donc la complexité de la CDL avec la formule est en $O(m^2)$.

La figure 1 illustre la notion de dissimilarité locale. Chaque image contient deux lettres. Les dissimilarités sont quantifiées : les fortes valeurs de mesure de dissimilarité sont représentées par un gris foncé, alors que celles qui sont faibles sont en gris clair. De plus, la carte donne accès à leur localisation spatiale : à partir de la CDL, on peut voir que les plus fortes dissimilarités sont situées au niveau de la barre du "e" et du haut du "t", et effectivement, les dissimilarités correspondantes sont visuellement les plus importantes. Celles entre la partie gauche du "o" et le corps du "t" d'une part, et entre les boucles du "e" et du "c" d'autre part, sont en clair, et effectivement visuellement peu importantes.

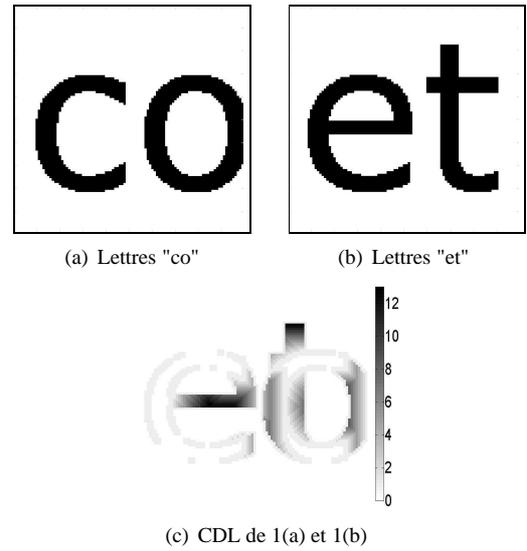


FIG. 1 – Les lettres CO et ET et leur CDL, illustrant leurs dissimilarités locales

2 Application et généralisation

2.1 La base

La base de test est composée d'impressions anciennes numérisées provenant d'une collection particulière et de la médiathèque de Troyes. Elle a été constituée dans le cadre d'une collaboration avec le laboratoire CReSTIC. La figure 2 donne des exemples d'impressions originales (en niveaux de gris) provenant de la base. Ces images étant à l'origine des impressions à l'encre noire, elles sont fortement contrastées. Cela permet de les binariser pratiquement sans aucune perte d'information. La base est composée de 68 images, parmi lesquelles il y a des groupes d'impressions qui illustrent la même scène. La figure 3 présente une illustration d'impressions anciennes et de leur CDL. Les figures 3(a) et 3(b) sont similaires, ainsi, les plus hautes valeurs de leur CDL (fig 3(d)) sont regroupées (dans les parties représentant l'herbe et les casques). Les figures 3(a) et 3(c) sont dissimilaires et la distribution spatiale des valeurs dans la CDL (fig 3(e)) sont réparties de manière plus aléatoire. L'information spatiale apporte environ un gain de 5% de classification (*cf* tab 1).

Une des difficultés provient du nombre important de classes dans la base : une classe d'images illustrant la même scène comporte entre une et quatre images. Et il y a donc une trentaine de classes d'images similaires pour 68 images (dont certaines ne comportent qu'une image). Ainsi le choix du nombre de classes est délicat, d'autant plus que de nouvelles images peuvent être prises en compte, nécessitant la création de nouvelles classes. Contrairement aux images, les CDL sont classées en deux classes : C_{sim} qui regroupe celles obtenues en comparant des images similaires et C_{dissim} qui regroupe celles obtenues en comparant des images dissimilaires. L'introduction de nouvelles images ne change pas le nombre de classes de CDL.

La comparaison des 68 images produit 2278 CDL, dont 125 sont classées dans C_{sim} et 2153 dans C_{dissim} , grâce à la

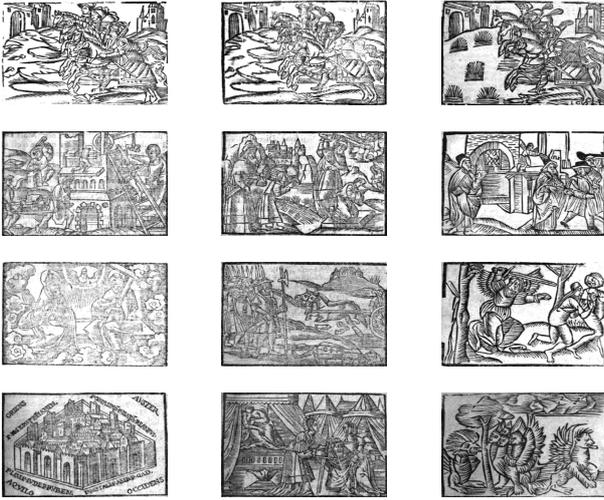


FIG. 2 – Exemples d’impressions anciennes originales (en niveau de gris) de la base d’application.

comparaison manuelle des impressions par un expert.

2.2 Classification

La classification est réalisée de la manière suivante : premièrement un apprentissage supervisé est fait sur un ensemble de 50 CDL dans C_{sim} et 50 dans C_{dissim} . Ensuite, le test est fait sur un ensemble distinct de 75 CDL de C_{sim} et 200 de C_{dissim} . Le choix des ensembles est aléatoire. Finalement, les résultats obtenus sont comparés à ceux de la classification de l’expert.

Quatre méthodes de mesures sont testées : notre méthode (basée sur la CDL), la mesure de la DH globale, la mesure de la DH partielle, et le vecteur des valeurs de la CDL classées. Cette dernière méthode est basée sur un vecteur comportant toutes les valeurs de la CDL classées par ordre croissant (noté VVC). Du fait de ce classement, toute l’information spatiale est perdue. Ce qui permet d’évaluer l’apport de l’information spatiale dans l’efficacité de la méthode. La méthode de classification utilisée dépend de la mesure :

- Pour notre méthode et pour le VVC, l’entrée est de haute dimension. En conséquence, le classificateur repose sur un SVM (avec un noyau polynomial) avec une étape d’apprentissage [VAP 98].
- Pour les autres méthodes, l’entrée est un nombre réel. Lors de l’apprentissage, la distribution empirique est calculée pour chacune des classes C_{sim} et C_{dissim} . La classification est ensuite faite à partir de la méthode du maximum de vraisemblance.

Les résultats sont présentés dans le tableau 1. Comme la DH partielle (DHP) dépend d’un paramètre, seuls les meilleurs résultats obtenus en faisant varier le paramètre sont présentés. Les résultats montrent l’efficacité de la Carte des Dissimilarités Locales, à la fois concernant l’apport de l’information spatiale (comparaison avec le VVC) et sa capacité à appréhender les dissimilarités locales (comparaison avec la DH globale et la DH partielle)

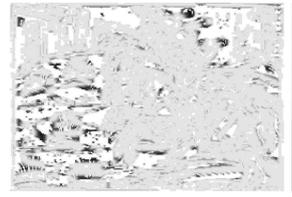


(a) Impression requête

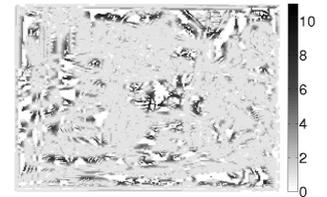
(b) Impression similaire



(c) Impression dissimilaire



(d) CDL entre 3(a) et 3(b)



(e) CDL entre 3(a) et 3(c)

FIG. 3 – Impressions anciennes (binarisées) et leur CDL.

Taux de réussite	CDL	DH	DHP	VVC
retrouvé dans C_{sim}	99%	60%	83%	94%
retrouvé dans C_{dissim}	94%	75%	81%	88%

TAB. 1 – Résultats pour la CDL, la DH globale, la DH Partielle (DHP) et le vecteur des valeurs classées de la CDL (VVC). La DH partielle (DHP) dépend d’un paramètre et seuls les meilleurs résultats obtenus sont présentés.

3 Conclusion

Dans cet article, une nouvelle méthode de comparaison d'images binaires est présentée. Elle permet la mesure locale des dissimilarités dans le cas des images binaires. Elle est basée sur la distance de Hausdorff, qui a été modifiée afin d'obtenir une mesure dans une fenêtre. Le résultat est une carte qui donne les mesures des dissimilarités locales et leur distribution spatiale. Cette carte peut être calculée assez rapidement. Combinée avec un classificateur basé sur un SVM, cette carte donne de meilleurs taux de classification que les autres méthodes testées.

Notre objectif est maintenant de tester la méthode sur des bases plus importantes et d'intégrer la CDL dans une méthode haut-niveau afin de tirer parti de ses propriétés.

Références

- [ANT 02] ANTANI S., KASTURI R., JAIN R., A survey on the use of pattern recognition methods for abstraction, indexing and retrieval of images and video, *Pattern Recognition*, vol. 35, n° 4, 2002, pp. 945-965.
- [BAU 04] BAUDRIER E., MILLON G., NICOLIER F., RUAN S., A New Similarity Measure Using Hausdorff Distance Map, *Proc of international conference on image processing (ICIP)*, Singapour, Oct 2004, IEEE, pp. 669-672.
- [DUB 94] DUBUISSON M.-P., JAIN A. K., A modified Hausdorff distance for object matching, *Proc. 12th IAPR International Conference on Pattern Recognition*, Oct 1994, pp. 566-568.
- [HUT 93] HUTTENLOCHER D. P., KLANDERMAN D., RUCKLIDGE W. J., Comparing images using the Hausdorff distance, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 15, n° 9, 1993, pp. 850-863.
- [LU 01] LU Y., TAN C., HUANG W., FAN L., An approach to word image matching based on weighted Hausdorff distance., *Proc. 6th Internat. Conf. on Document Anal. Recogn.*, 10-13 Sep 2001, pp. 921-925.
- [PAU 97] PAUMARD J., Robust comparison of binary images, *Pattern Recognition Letters*, vol. 18, n° 10, 1997, pp. 1057-1063.
- [SIM 99] SIM D.-G., KWON O.-K., PARK R.-H., Object matching algorithms using robust Hausdorff distance measures, *IEEE Transaction on Image Processing*, vol. 8, n° 3, 1999, pp. 425-429.
- [SME 00] SMEULDERS A. W. M., WORRING M., SANTINI M., GUPTA S., JAIN R., Content based image retrieval at the end of the early years, *IEEE Transcription on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 22, 2000, pp. 1349-1380.
- [TAK 98] TAKÁCS B., Comparing faces using the modified Hausdorff distance, *Pattern Recognition*, vol. 31, n° 12, 1998, pp. 1873-1881.
- [VAP 98] VAPNIK V., *Statistical Learning Theory*, John Wiley, NY, 1998.
- [WAN 04] WANG Z., BOVIK A. C., SHEIKH H. R., SIMONCELLI E. P., Image quality assessment : from error visibility to structural Similarity, *IEEE transactions on image processing*, vol. 13, n° 4, 2004.
- [ZHA 05] ZHAO C., SHI W., DENG Y., A new Hausdorff distance for image matching, *Pattern Recognition Letters*, vol. 26, n° 5, 2005, pp. 581-586.